



**Zadania na XVII Podkarpacki Konkurs Matematyczny  
im. Franciszka Lejona  
Poziom I**

(klasy pierwsze szkół ponadgimnazjalnych i trzecie gimnazjów)

Etap powiatowy

4 lutego 2017 r. godzina 10.00

(150 minut)

1. W trapezie ABCD, w którym  $AD \parallel BC$ , zachodzą równości:  $|AB| = |BC|$ ,  $|AC| = |CD|$  oraz  $|BC| + |CD| = |AD|$ . Oblicz kąty tego trapezu.
2. Skróć ułamek:  $\frac{x^5+x^4+x^3+x^2+x+1}{(x^2+x+1)(x^2-x+1)}$ , następnie oblicz wartość otrzymanego wyrażenia dla  $x = \sqrt[3]{2}$  i sprawdź, czy jest to wartość wymierna.
3. Dany jest trójkąt ABC taki, że  $\angle BAC = 45^\circ$  i  $\angle ACB = 30^\circ$  oraz wysokość tego trójkąta opuszczona z wierzchołka C równa  $\sqrt{2}$ . Oblicz odległość punktu przecięcia prostych zawierających wysokości trójkąta wychodzące z wierzchołków A i C, od boku AC tego trójkąta. Wynik przedstaw w postaci  $a + b\sqrt{c}$ , gdzie a, b, c są odpowiednio dobranymi liczbami całkowitymi.
4. Udowodnij, że suma liczb  $a = \sqrt{2}(4 + \sqrt{5} \cdot \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})\sqrt{4 - \sqrt{15}}$  i  $b = \sqrt{2}(\sqrt{\sqrt{7} + 4} - \sqrt{4 - \sqrt{7}} - \sqrt{2})$  jest liczbą pierwszą.
5. Dwie cyfry, wstawione w tej samej kolejności między cyfry licznika i mianownika ułamka  $\frac{34}{67}$ , nie zmieniły wartości tego ułamka. Oblicz te cyfry.

Powodzenia!